

สรุปเนื้อหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. สัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยใช้เครื่องหมาย $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ เรียกว่า

อสมการ

“ $<$ ” เป็นสัญลักษณ์แทน “ น้อยกว่า ”

“ $>$ ” เป็นสัญลักษณ์แทน “ มากกว่า ”

“ $\leq$ ” เป็นสัญลักษณ์แทน “ น้อยกว่าหรือเท่ากับ ”

“ $\geq$ ” เป็นสัญลักษณ์แทน “ มากกว่าหรือเท่ากับ ”

“ $\neq$ ” เป็นสัญลักษณ์แทน “ ไม่เท่ากับ ”

2. จำนวนต่างๆสามารถแสดงด้วยสัญลักษณ์บนเส้นจำนวน ซึ่งเราสามารถใช้เส้นจำนวนแสดงจำนวนใดๆ โดยใช้จุดทศนิยม จุดป่อง หรือใช้เส้นหนาก็ได้ และจะสื่อความหมายแทนจำนวนที่แตกต่างกันไปตามสัญลักษณ์นั้นๆ

การแก้อสมการ คือ การหาคำตอบของอสมการ ซึ่งจะใช้สมบัติการไม่เท่ากันในการหาคำตอบ ได้แก่ สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน เพื่อช่วยในการหาคำตอบของอสมการได้ง่าย และรวดเร็วยิ่งขึ้น

การเขียนแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถเขียนได้โดยใช้สัญลักษณ์แสดงจำนวน เขียนแสดงบนเส้นจำนวนได้

สมบัติการไม่เท่ากันของการบวก

เมื่อกำหนดให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$

4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

สมบัติการไม่เท่ากันของการคูณ

เมื่อกำหนดให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง
คำตอบของอสมการแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ

1. อสมการที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ
2. อสมการที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ
3. อสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

อสมการที่เกี่ยวกับรากที่สอง

- $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนจริง ก็ต่อเมื่อ $a \geq 0$
- แก้อสมการโดยทำให้ค่ารากที่สองหายไป โดยการยกกำลังสองทั้งสองข้าง
- ถ้าหาค่ารากที่สองมีค่าน้อยกว่าศูนย์ แสดงว่าอสมการไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

อสมการที่เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์

1. $|x| = x$ เมื่อ $x \geq 0$
2. $|x| = -x$ เมื่อ $x < 0$
3. ถ้า $|x| < a$ แล้ว $-a < x < a$
4. ถ้า $|x| > a$ แล้ว $x > a$ หรือ $x < -a$

การแก้โจทย์ปัญหามีสิ่งสำคัญ คือการเขียนหรือเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นสัญลักษณ์ของอสมการได้ถูกต้อง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันได้

วิธีการหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นคล้ายกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ

1. วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
3. เขียนอสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
4. แก้อสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้อสมการ $\frac{2x-3}{4} \neq \frac{4x-5}{6}$

วิธีทำ พิจารณาการแก้สมการ $\frac{2x-3}{4} = \frac{4x-5}{6}$

$$12 \left(\frac{2x-3}{4} \right) = 12 \left(\frac{4x-5}{6} \right)$$

$$\begin{aligned}
 3(2x-3) &= 2(4x-5) \\
 6x-9 &= 8x-10 \\
 6x-8x &= -10+9 \\
 -2x &= -1 \\
 x &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการดังกล่าว คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น $\frac{1}{2}$

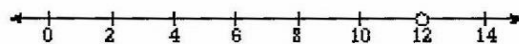
ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\sqrt{x-8} > 2$

จากตัวอย่าง มีวิธีแก้สมการที่เป็นค่ารากอย่างไร (ทำให้รากหายไปโดยยกกำลังสองแล้วแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน)

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } (\sqrt{x-8})^2 &> 2^2 & \text{และ} & \quad x-8 \geq 0 \\
 x-8 &> 4 & \text{และ} & \quad x \geq 8 \\
 x &> 4+8 & \text{และ} & \quad x \geq 8 \\
 x &> 12 & \text{และ} & \quad x \geq 8
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการดังกล่าวคือ $x > 12$

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $|x-2| < 3$

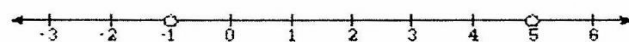
วิธีทำ ใช้สมบัติของค่าสัมบูรณ์ จะได้ $-3 < x-2 < 3$

$$-3+2 < x < 3+2$$

$$-1 < x < 5$$

คำตอบของอสมการดังกล่าว คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง -1 กับ 5

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $|x-7| > 3$

วิธีทำ ใช้สมบัติของค่าสัมบูรณ์ จะได้ $x-7 > 3$ หรือ $x-7 < -3$

$$x > 3+7 \text{ หรือ } x < -3+7$$

$$x > 10 \text{ หรือ } x < 4$$

คำตอบของสมการดังกล่าว คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 10 หรือน้อยกว่า 4

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการ ดังนี้

