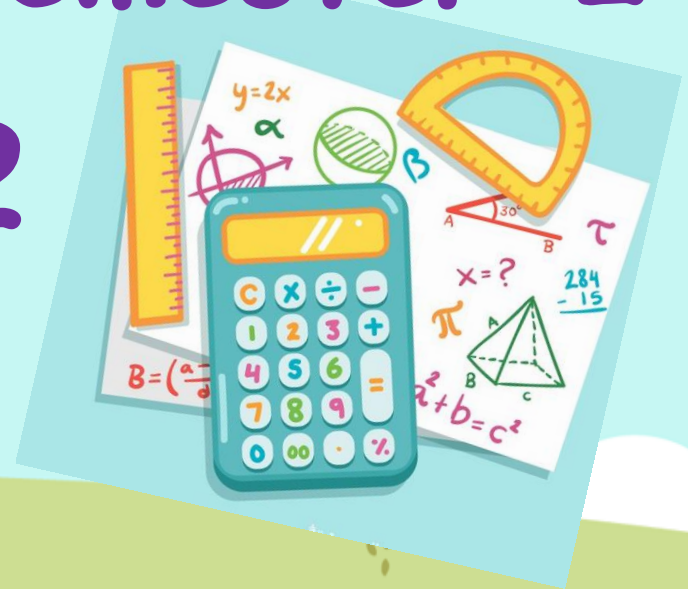




Mathematics semester 2

M.2





ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

๒

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

เล่ม ๒

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑



สารบัญ	บทที่ 1-3	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
1	บทที่ 1 สถิติ (2) 1.1 แผนภาพจุด 13 1.2 แผนภาพต้น-ใบ 21 1.3 ฮิสโทแกรม 31 1.4 ค่ากลางของข้อมูล 38	
	สถิติ (2)	
2	บทที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ 2.1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต 60 2.2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม 63 2.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน 73 2.4 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม 78 2.5 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน 86 2.6 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน 91 2.7 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน 99 2.8 การนำไปใช้ 104	
	ความเท่ากันทุกประการ	
3	บทที่ 3 เส้นขนาน 3.1 เส้นขนานและมุมภายใน 128 3.2 เส้นขนานและมุมแย้ง 131 3.3 เส้นขนานและมุมภายในอกกับมุมภายใน 143 3.4 เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม 153	
	เส้นขนาน	

สารบัญ	บทที่ 4-5	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
4	บทที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต 4.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต 178 4.2 การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง 182 4.3 การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม 198	
	การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	
5	บทที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง 5.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง 240 5.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว 245 5.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ 249 5.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง 260	
	การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	
	กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงเพิ่มเติม	280
	บรรณานุกรม	282
	ภาคผนวก	
	ดัชนี	284
	บัญชีสัญลักษณ์	286
	คณะผู้จัดทำ	287

บทที่

5

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

$$2x^4 - 28x^3 + 40x^2 = x(5x + 6x^2) = x(5x + 6x)$$

- 5.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
- 5.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว
- 5.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์
- 5.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง



จุดประสงค์ของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

- 1. แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
- 2. แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง



บทที่ 5

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



“

ทักษะในการแยกตัวประกอบของพหุนามเป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง เรานำพหุนามดีกรีสองมาใช้จำลองความสัมพันธ์และปรากฏการณ์ที่สำคัญหลายอย่าง เช่น จำลองความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและความสูงในแนวตั้งของวัตถุที่เคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วงของโลก ด้วยสมการ $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + ut + d$ เมื่อ g แทนความเร่งโน้มถ่วงของโลก u แทนความเร็วเริ่มต้นของวัตถุ และ d แทนความสูงที่เวลาเริ่มต้น

การแยกตัวประกอบของพหุนามช่วยให้เราหาคำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้ และยังช่วยให้มองเห็นภาพที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรได้ดียิ่งขึ้น

”



- ❖ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก เรียกว่า **เอกนาม**
- ❖ นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนาม หรือเขียนอยู่ในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไปได้ เรียกว่า **พหุนาม** และเรียกแต่ละเอกนามในพหุนามว่า **พจน์**
- ❖ พหุนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกัน เรียกว่า **พหุนามในรูปผลสำเร็จ**
เรียกดีกรีสูงสุดของพจน์ของพหุนามในรูปผลสำเร็จว่า **ดีกรีของพหุนาม** เช่น
 $5x - 5$ เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ ที่มีดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1
 $9x^2 + 15x + 4$ เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ ที่มีดีกรีของพหุนามเท่ากับ 2
- ❖ **ตัวประกอบของจำนวนนับใด** คือจำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว เช่น
ตัวประกอบทั้งหมดของ 10 คือ 1, 2, 5 และ 10
ตัวประกอบทั้งหมดของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12
และ 1, 2 เป็นตัวประกอบของทั้ง 10 และ 12 จึงเรียก 1, 2 ว่า **ตัวประกอบร่วม**
หรือ**ตัวหารร่วม**ของ 10 และ 12
- ❖ **ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ** เรียกว่า **ตัวประกอบเฉพาะ** เช่น
3 และ 5 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 15
2 และ 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 14
- ❖ **การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใด** คือประโยคที่แสดงการเขียนจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ เช่น
 $12 = 2 \times 2 \times 3$
 $18 = 2 \times 3 \times 3$
- ❖ **ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุด หรือ ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)** ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป คือจำนวนนับที่มากที่สุดที่หารจำนวนนับเหล่านั้นได้ลงตัว เช่น ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6

นักเรียนเคยรู้จักพหุนามและการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณของพหุนาม รวมทั้งการหาผลหารของพหุนามด้วยเอกลนามมาแล้ว ในบทนี้จะกล่าวถึงการแยกตัวประกอบของพหุนามซึ่งสัมพันธ์ของแต่ละพจน์และค่าคงตัวเป็นจำนวนเต็ม เช่น $4x^2 + 12x$, $4mn - 10m^2n^2$ และ $-y^2 + 7y - 10$

ให้นักเรียนพิจารณาการคูณของพหุนามต่อไปนี้

1. $2(x + 3) = 2x + 6$
2. $5x(x + 1) = 5x^2 + 5x$
3. $-x(3x - 4) = -3x^2 + 4x$
4. $5xy(x + 2y) = 5x^2y + 10xy^2$
5. $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$
6. $(m + 4)(2m - 3) = 2m^2 + 5m - 12$
7. $4(x - 5)(x - 2) = 4x^2 - 28x + 40$

จากความสัมพันธ์ของการคูณและการหาร
เราทราบมาแล้วว่า

$$\text{ตัวตั้ง} \div \text{ตัวหาร} = \text{ผลหาร}$$

หรือ

$$\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} = \text{ตัวตั้ง}$$

จึงกล่าวได้ว่า พหุนามแต่ละตัวที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมาย
เท่ากับ จะหารพหุนามที่อยู่ทางขวาได้ลงตัว เช่น

❖ 2 หาร $2x + 6$ ได้ลงตัว และมีผลหารเท่ากับ $x + 3$

❖ $x + 3$ หาร $2x + 6$ ได้ลงตัว และมีผลหารเท่ากับ 2

การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ ให้อยู่ในรูปการคูณของพหุนาม
ตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป โดยที่แต่ละพหุนามหารพหุนามที่กำหนดให้ได้
ลงตัว เป็นตัวอย่างของ **การแยกตัวประกอบพหุนาม (factorization)**



แยกตัวประกอบพหุนาม

การแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

สมบัติการแจกแจงกล่าวว่า ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆแล้ว

$$a(b+c) = ab+ac \text{ หรือ } (b+c)a = ba+ca$$

เราอาจเขียนสมบัติการแจกแจงข้างต้นใหม่ ดังนี้

$$ab+ac = a(b+c) \text{ หรือ } ba+ca = (b+c)a$$

ถ้า a, b และ c เป็นพหุนาม เราก็สามารถใช้สมบัติการแจกแจงข้างต้นได้ด้วย และเรียก a ว่า ตัวประกอบร่วมของ ab และ ac หรือ ba และ ca

อธิบายด้วยภาพ : สมบัติการแจกแจง

The diagram illustrates the distributive property $c(a + b) = ca + cb$ using area models. On the left, a single purple rectangle represents the product $c(a + b)$. The height of this rectangle is labeled c on the left, and the width is labeled $a + b$ at the bottom. An equals sign follows. On the right, two adjacent rectangles represent the sum $ca + cb$. The first rectangle is blue, with height c on the left and width a at the bottom. The second rectangle is red, with height c on the right and width b at the bottom. The total width of these two rectangles is $a + b$.

ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

จงแยกตัวประกอบของ $5xy + 6x^2$

$$5xy + 6x^2 = x(5y + 6x)$$

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

จงแยกตัวประกอบของ $12y^2z - 20yz$

$$12y^2z - 20yz = 4yz(3y - 5)$$



123

มูมครนิต

จากที่นักเรียนเคยเรียนเรื่องการแยกตัวประกอบของจำนวนนับมาแล้ว โดยหาตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดหรือตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของจำนวนนับที่กำหนดให้เราสามารถขยายแนวคิดนี้ ไปสู่การแยกตัวประกอบของพหุนามได้

นักเรียนอาจเริ่มต้นทำความเข้าใจเกี่ยวกับการหาตัวประกอบร่วมของพหุนาม $6a^2b - 15ab^2$ ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} 6a^2b &= 2 \times \boxed{3} \times \boxed{a} \times a \times \boxed{b} \\ 15ab^2 &= \boxed{3} \times 5 \times \boxed{a} \times b \times \boxed{b} \end{aligned}$$

จะเห็นว่า ตัวประกอบร่วมที่มีดีกรีมากที่สุด ของ $6a^2b$ และ $15ab^2$ คือ $3ab$

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ นอกจากจะใช้สมบัติการแจกแจงแล้ว อาจต้องใช้สมบัติการสลับที่ หรือ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ประกอบด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3

วิธีทำ

จงแยกตัวประกอบของ $ab - 2ac + bc - 2c^2$

$$ab - 2ac + bc - 2c^2 = (ab - 2ac) + (bc - 2c^2)$$

$$= a(b - 2c) + c(b - 2c) \quad \circ \quad \circ \quad \circ$$

$$= (b - 2c)(a + c)$$

$$\text{ดังนั้น } ab - 2ac + bc - 2c^2 = (b - 2c)(a + c)$$

$b - 2c$ เป็น
ตัวประกอบร่วม



เพื่อน ๆ อาจจับคู่อีกแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$\begin{aligned} ab - 2ac + bc - 2c^2 &= ab + bc - 2ac - 2c^2 \\ &= (ab + bc) - (2ac + 2c^2) \\ &= b(a + c) - 2c(a + c) \\ &= (a + c)(b - 2c) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ

จงแยกตัวประกอบของ $5x^2z - 3y + 5yz - 3x^2$

$$\begin{aligned} 5x^2z - 3y + 5yz - 3x^2 &= 5x^2z - 3x^2 + 5yz - 3y \\ &= (5x^2z - 3x^2) + (5yz - 3y) \\ &= x^2(5z - 3) + y(5z - 3) \\ &= (5z - 3)(x^2 + y) \end{aligned}$$

ดังนั้น $5x^2z - 3y + 5yz - 3x^2 = (5z - 3)(x^2 + y)$

$5z - 3$ เป็น
ตัวประกอบร่วม



เพื่อน ๆ อาจจับคู่อีกแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 5x^2z - 3y + 5yz - 3x^2 &= 5x^2z + 5yz - 3x^2 - 3y \\ &= (5x^2z + 5yz) - (3x^2 + 3y) \\ &= 5z(x^2 + y) - 3(x^2 + y) \\ &= (x^2 + y)(5z - 3) \end{aligned}$$

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ **ทำข้อนี้**

$$1) \quad 10x + 4 = 2(5x + 2)$$

$$3) \quad -9x + 3 = 3(-3x + 1) \text{ หรือ } -3(3x - 1)$$

$$5) \quad 14y + 26z = 2(7y + 13z)$$

$$7) \quad 3z^2 - 2z = z(3z - 2)$$

$$9) \quad 12xz - 16z = 4z(3x - 4)$$

$$11) \quad 15x^2y + 5x = 5x(3xy + 1)$$

$$13) \quad x^3 + x = x(x^2 + 1)$$

$$15) \quad 9y^2z^2 - 6yz = 3yz(3yz - 2)$$

$$17) \quad -7x^2z^3 + 63xz^5 = 7xz^3(-x + 9z^2) \text{ หรือ } -7xz^3(x - 9z^2)$$

$$19) \quad 30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3 = 6x^2y^2(5y + 6x - xy)$$

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$1) \quad m(n + 3) + 5(n + 3) = (n + 3)(m + 5)$$

$$3) \quad 4t(a + b) - s(a + b) = (a + b)(4t - s)$$

$$5) \quad a(b - 3c) + x(b - 3c) = (b - 3c)(a + x)$$

$$7) \quad 5a - 10x + ab - 2bx$$

$$= (5a - 10x) + (ab - 2bx)$$

$$= 5(a - 2x) + b(a - 2x)$$

$$= (a - 2x)(5 + b)$$

$$9) \quad xy - st - xt + sy$$

$$= (xy - xt) + (sy - st)$$

$$= x(y - t) + s(y - t)$$

$$= (y - t)(x + s)$$

$$\begin{aligned} 11) \quad & ab^2 - cb^2 - 6a + 6c \\ &= (ab^2 - cb^2) - (6a - 6c) \\ &= b^2(a - c) - 6(a - c) \\ &= (a - c)(b^2 - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13) \quad & a^2 - 2b - 5a^3 + 10ab \\ &= (a^2 - 5a^3) - (2b - 10ab) \\ &= a^2(1 - 5a) - 2b(1 - 5a) \\ &= (1 - 5a)(a^2 - 2b) \end{aligned}$$