

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น $\rightarrow AX=B$

1. ใช้ อินเวอร์สตรงมุม $\therefore X = A^{-1}B$

2. ใช้ เกณฑ์การต่อแถว $[A; B] \rightarrow [I; C]$ \rightarrow คำตอบ

อินเวอร์สตรงมุม $\textcircled{1} A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj} A$

$\textcircled{2}$ ใช้ เกณฑ์การต่อแถว

$$[A; I] \sim [I; \underline{A^{-1}}]$$

การบวก

$\textcircled{1}$ สลับแถว

$$R_{ij}$$

$\textcircled{2}$ คูณด้วย $c \neq 0$

$$cR_i$$

$\textcircled{3}$ คูณด้วย c หักแถว P_j แล้ว

บวกด้วยแถว i (แถว j ทั่วไป)

$$R_i + cR_j$$

Ex 64 หา A^{-1} โดยใช้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ใช้วิธีกำจัดแถวบนสุด

$$[A | I] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$R_{23} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 + (-2)R_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{l} R_1 + (1)R_2 \\ R_3 + (-2)R_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 + (-1)R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \end{array} \right]$$

$= [I | A^{-1}]$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

③ วิธีนอร์มอล

$$AX = B$$

$$x_i = \frac{\det A_i}{\det A} \rightarrow \det A_i = \frac{\det \text{ที่แทนค่าที่ } i}{\det B}$$

det A ≠ 0 หรือ det A = 0 ไม่สามารถแก้ได้

Ex 66

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-9 - 5}{-6 - 1} = \frac{-14}{-7} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 7}{-6 - 1} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$$

Ex 67

$$2x - y + z = 5$$

$$3x + 2z = 7$$

$$-x + y - z = -6$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{array}{ccc|cc} 5 & -1 & 1 & 5 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 7 & 0 \\ -6 & 1 & -1 & -6 & 1 \end{array}$$

$$= \frac{0 + 12 + 7 - 0 - 10 - 7}{0 + 2 + 3 - 0 - 4 - 3}$$

$$= \frac{-2}{-2} = -1$$

$$y = \begin{array}{ccc|cc} 2 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}$$

$$= \frac{-14 + (-10) + (-18) - (-7) - (-24) - 7}{-2}$$

$$y = \begin{array}{ccc|cc} 2 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}$$

$$= \frac{-14 - 10 - 18 + 7 + 24 + 15}{-2}$$

$$z = \begin{array}{ccc|cc} 2 & -1 & 5 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 7 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -6 & -1 & 1 \end{array}$$

$$= \frac{4}{-2} = -2$$

$$= \frac{0 + 7 + 15 - 0 - 14 - 18}{-2}$$

$$= \frac{-10}{-2} = 5$$

$$\therefore x = -1, y = -2, z = 5$$

EX65 $A = \begin{bmatrix} a & 3 & 5 \\ 1 & 0 & -a^2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$a = ?$ ให้แก้ $AX = B$ โดยนอ

$\det A = \begin{vmatrix} a & 3 & 5 \\ 1 & 0 & -a^2 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & 3 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \det A \neq 0$

$= 0 + (-6a^2) + 5 - 0 + a^3 - 0$

$= a^3 - 6a^2 + 5$

$\textcircled{0} = (a-1)(a^2 - 5a - 5)$

$a = 1, a^2 - 5a - 5 = 0$

$a = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2}$

$= \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

ถ้า $\det A = 0 \therefore a = 1, \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2}$

$\det A \neq 0$ $\therefore a \neq 1, \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2}$

$a \in \mathbb{R} - \left\{ 1, \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2} \right\}$

กรณีนี้แก้ไม่ได้ !!