เมทริกซ์ (Matrix)

เมทริกซ์ = ระบบที่มีการจัดเรียงจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน

[ ] หรือ ( )

สมาชิก

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

5. โดยทั่วไป

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}$$

จากเมทริกซ์

1. ชื่อเมทริกซ์เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่เสมอ
2. แนวนอน เรียกว่า แถว (row)
   แนวตั้ง เรียกว่า หลัก (Column)
   จากเมทริกซ์ข้างต้น มี 2 แถว
   มี 3 หลัก
3. ขนาดของเมทริกซ์ (มิติ) = จำนวนแถว × จำนวนหลัก
   = 2×3
4. สมาชิกของเมทริกซ์
   สัญลักษณ์เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษเล็กตามชื่อเมทริกซ์ เช่น a_{12} (แถว, หลัก) สมาชิกในเมทริกซ์ A ในแถวที่ 1 หลักที่ 2 = 3

$a_{23} = 5$

Ex1

เมทริกซ์	แถว	หลัก	มิติ (แถว x หลัก)	สมาชิกแถวที่ 2 หลักที่ 1
$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$	2	3	2x3	0
$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \\ -1 & 4 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$	4	2	4x2	5
$C = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$	1	5	1x5	ไม่มี
$D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$	4	1	4x1	0

Ex2

$A = [a_{ij}]_{3\times3}$ โดยที่ $a_{ij} = \begin{cases} i & ; i<j \\ 0 & ; i=j \\ -j & ; i>j \end{cases}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

การบ้าน ทำแบบฝึกหัดที่ 1.

ชนิดของเมทริกซ์

① เมทริกซ์**แถว** : มีแถวเดียว $[\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;]$

เช่น $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 15 \end{bmatrix}$

② เมทริกซ์**หลัก** : มีหลักเดียว $\begin{bmatrix} \vdots \end{bmatrix}$

เช่น $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

③ เมทริกซ์**ศูนย์** (zero matrix) : ทุกตัวเป็นศูนย์

เช่น $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$

④ เมทริกซ์**จัตุรัส** (square matrix)

: ~~แถว~~ เมทริกซ์ที่มีจำนวนแถว = จำนวนหลัก

เช่น $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2\times2}$, $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 8 \end{bmatrix}_{3\times3}$, $\begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}_{1\times1}$ a_{11}

เส้นทแยงมุมหลัก (main diagonal)

ตัวที่ a_{ii}

คำถาม ! $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 5 & -2 & -8 \end{bmatrix}_{2\times3}$ → ไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

$\boxed{\text{เส้นทแยงมุมหลัก}}$ คือ ไม่มี

เมทริกซ์นั้นต้องเป็นเมทริกซ์จัตุรัสก่อน

⑤ เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

: เมทริกซ์จัตุรัส ใต้เส้นทแยงมุมหลัก เป็น 0 ทั้งหมด

เช่น $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ \boxed{0} & 0 \end{bmatrix}_{2\times2}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3\times3}$.

คำถาม $[-5]_{1\times1}$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน ? (เป็น)

: เมทริกซ์จัตุรัส ซึ่ง ถ้า เมทริกซ์มีสมาชิกที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมหลัก แล้ว สมาชิกเหล่านั้นต้องเป็น 0 ทั้งหมด

$\boxed{p \to q}$ เป็นจริง

$T \to F \equiv F$

$F \to \square \equiv T$

⑥ เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง

: เมทริกซ์จัตุรัส เหนือเส้นทแยงมุมหลัก เป็น 0 ทั้งหมด

เช่น $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $[-5]$

⑦ เมทริกซ์สามเหลี่ยม

: เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน หรือ สามเหลี่ยมล่าง ก็ได้

เช่น $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ → เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน
เมทริกซ์สามเหลี่ยม

$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ → เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน
เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
เมทริกซ์สามเหลี่ยม

$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ → เมทริกซ์หลัก, แถว, ศูนย์, จัตุรัส,
Δบน, Δล่าง, Δ

⑧ เมทริกซ์เฉียง (diagonal matrix)

: เมทริกซ์ที่เป็นทั้ง Δ บน และ Δล่าง

โดยที่ เส้นทแยงมุมหลัก ไม่เป็นศูนย์

เช่น $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$, $\cancel{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

⑨ เมทริกซ์สเกลาร์

: เมทริกซ์เฉียงที่ เส้นทแยงมุมหลักเป็นเลขเดียวกัน
ทั้งหมด

เช่น $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$, $\cancel{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}$

⑩ <u>เมทริกซ์เอกลักษณ์</u> (Identity matrix)

: เมทริกซ์สเกลาร์ ที่ เส้นทแยงมุมหลัก เป็น เลข 1 ทั้งหมด

เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

การเท่ากันของเมทริกซ์

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ } $\boxed{A = B}$ เมื่อ

1. มิติ (ขนาด) เท่ากัน
2. สมาชิกทุกตำแหน่งเดียวกัน ต้องเท่ากัน

Ex3

1) $A = \begin{bmatrix} -3 & 8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1-4 & \frac{16}{2} \\ \sqrt{4} & 2\times 2 \end{bmatrix}$ เท่ากัน

2) $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ไม่เท่ากัน

3) $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ ไม่เท่ากัน

4) $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ไม่เท่ากัน $\quad 3 \neq 2$

5) $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} \cos 0 & \log_{\frac{1}{2}} 4 \\ \log 1 & \sin \frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$ เท่ากัน

$\log 1 = 0$

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{2^{-1}} 2^{2} = \frac{2}{-1} \log_2 2 = -2$$

Ex ๔ ให้ $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 3 = 0$

$$A = \begin{bmatrix} x^2 - x + 1 & 2x - 3 \\ 8 & x^2 - 3x - 7 \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} x - 2 & x^2 \\ x^2 - 2x + 11 & 2x^2 - 5x - 4 \end{bmatrix}$$

จงพิจารณาดูว่า A เท่ากับ B หรือไม่

จาก $x^2 - 2x + 3 = 0$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$
$$x^2 - x + 1 - x + 2 = 0$$
$$x^2 - x + 1 = x - 2$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$
$$0 = x^2 - 2x + 3$$
$$2x - 3 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$
$$0 = x^2 - 2x + 3$$
$$0 = x^2 - 2x + 11 - 8$$
$$8 = x^2 - 2x + 11$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$
$$0 = x^2 - 2x + 3$$
$$0 = 2x^2 - 5x - 4 - x^2 + 3x + 7$$
$$x^2 - 3x - 7 = 2x^2 - 5x - 4$$

ดังนั้น $A = B$

Ex5 จงหาค่าของ $\boxed{x, y, z}$ ต่อไปนี้

1) $\begin{bmatrix} 3 & \boxed{x} \\ -2 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \boxed{1} \\ -2 & -1 \\ z & \cos 0 \end{bmatrix}$

$x = 1,\ y = -1,\ z = 0$

2) $\begin{bmatrix} x+y & 5 \\ 2 & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3y+8 \end{bmatrix}$

$x + y = -1 \quad$ — ①

$\boxed{2x} = \underline{3y+8} \quad$ — ②

① × 2 ; $\boxed{2x} + 2y = -2$

$\boxed{3y+8} + 2y = -2$

$5y + 8 = -2$

$5y = -10$

$y = -2$

แทน $y = -2$ ใน ① จะได้

$x + (-2) = -1$

$x = 1$

$\therefore x = 1,\ y = -2$

3) $\begin{bmatrix} |2x-1| & \sin 0 \\ 0 & y^2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ \log 1 & 4y \end{bmatrix}$

$|2x-1| = 5$ และ $y^2+3 = 4y$

$2x-1=5$ และ $2x-1=-5$

$x=3$ $\quad$ $x=-2$

$y^2-4y+3=0$

$(y-3)(y-1)=0$

$y=1,3$

$\therefore x = -2, 3$ และ $y = 1, 3$

ทางทีน ทำแบบฝึกหัดที่ 2