

$$A + \underline{(-A)} = 0 = \underline{(-A)} + A$$

↳ อินเวอร์สของ
(อินเวอร์สตรงกัน)

Ex 8 จงหา X ถ้า $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$1) \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} + X = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & 6 \end{bmatrix} - X - \begin{bmatrix} -2 & 6 & -7 \\ 2 & -8 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 6 & -7 \\ 2 & -8 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix} = X$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -11 & 11 \\ -7 & 7 & 7 \end{bmatrix} = X$$

$$\therefore X = \begin{bmatrix} 3 & -11 & 11 \\ -7 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

Ex 9
$$\begin{bmatrix} xy & z \\ 3z & 2y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2z & z \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z & -8 \end{bmatrix}$$

สมมติ $x+y+z$

$$\begin{bmatrix} xy - 2z & 0 \\ 3z - 4 & 2y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z & -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l|l|l} 3z - 4 = z & 2y + z = -8 & xy - 2z = 1 \\ 2z = 4 & 2y + z = -8 & x(-5) - 2(2) = 1 \\ \therefore z = 2 & 2y = -10 & -5x = 5 \\ & \therefore y = -5 & \therefore x = -1 \end{array}$$

ดังนั้น $x+y+z = (-1) + (-5) + 2 = -4$

ทบทวนทำแบบฝึกหัดที่ 3

ทฤษฎีบท 3.1 $\left\{ \begin{array}{l} \text{ตัวคูณสเกลาร์} \\ \text{คือ} \end{array} \right.$ ทฤษฎีบท !!

ทฤษฎีบท 3.2 ตัวคูณสเกลาร์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ $\forall k \in \mathbb{R}$

$$kA = [ka_{ij}]_{m \times n}$$

Ex 90 $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

1) $2A = 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(3) & 2(4) & 2(5) \\ 2(2) & 2(-4) & 2(1) \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 4 & -8 & 2 \end{bmatrix}$

2) $-3B = \begin{bmatrix} -3(2) & -3(-2) & -3(1) \\ -3(-1) & -3(1) & -3(2) \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} -6 & 6 & -3 \\ 3 & -3 & -6 \end{bmatrix}$

3) $2(A+B) = 2 \begin{bmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -6 & 12 \\ 2 & -6 & 6 \end{bmatrix}$

4) $2A + 2B = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 4 & -8 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 6 & -3 \\ 3 & -3 & -6 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 10 & -6 & 12 \\ 2 & -6 & 6 \end{bmatrix}$ (เหมือนกัน)

$c(A \pm B) = cA \pm cB$, $c \in \mathbb{R}$

5) $(2-3)A = (-1)A = -A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

6) $2A - 3A = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 4 & -8 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -12 & 3 \\ 2 & -12 & 3 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ (เหมือนกัน)

$(c+d)A = cA + dA$, $c, d \in \mathbb{R}$

สมบัติการคูณในกรณีที่มีตัวคูณเป็นจำนวนจริง

A, B มีมิติ $m \times n$, $c, d \in \mathbb{R}$

① $1A = A$, $(-1)A = -A$

② $\underline{cA + dA = (c+d)A}$

$$\underbrace{A + A + A + \dots + A}_{c \text{ ครั้ง}} = cA$$

③ $cA + cB = c(A+B)$

④ $\underline{c(A \cdot dB) = (cd)(AB)}$

Ex 11 $X = ?$

$$2X - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$$

$$2X = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 3 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$2X = \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} 2X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

EX 10 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

AGUN X

1) $2A - 3X = 3B - 3C$

$2A - 3X = 3(B - C)$

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 3X = 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} - 3X = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$

$$\left. \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} = 3X \\ 3X = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -1 & 8 \end{bmatrix} \\ X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -1 & 8 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -5/3 & -1 \\ -1/3 & 8/3 \end{bmatrix} \end{array} \right|$$

2) $\frac{5}{2}(X - 2A) = 2[2X - (X + 3B)] + 4C$

$\frac{5}{2}(X - 2A) = 2[2X - X - 3B] + 4C$

$\frac{5}{2}(X - 2A) = 2[X - 3B] + 4C$

$\frac{5}{2}(X - 2A) = 2X - 6B + 4C$

$5(X - 2A) = 2(2X - 6B + 4C)$

$5X - 10A = 4X - 12B + 8C$

$X = 10A - 12B + 8C$

$X = 10 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 12 \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + 8 \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$$X = \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 10 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -24 & 24 \\ 12 & 36 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -24 & 8 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -10 & -16 \\ -2 & 14 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -10 & -16 \\ -2 & 14 \end{bmatrix}$$

EX 13 $2 \begin{bmatrix} x+y & 2 \\ x+2z & 2x-y \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} x-y & 2 \\ 2 & y \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ z & 8 \end{bmatrix}$

$x+y+z = ?$

$$\begin{bmatrix} 2x+2y & 4 \\ 2x+4z & 4x-2y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3x-3y & 6 \\ 6 & 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5z & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5x-y & 10 \\ 2x+4z+6 & 4x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5z & 8 \end{bmatrix}$$

$$5x-y = 10 \quad \text{--- (1)}$$

$$4x+y = 8 \quad \text{--- (2)}$$

(1) + (2); $9x = 18$
 $\boxed{x = 2}$

สมมติ $x = 2$ ใน (1)
 จะได้ $5(2) - y = 10$
 $\boxed{y = 0}$

$$2x + 4z + 6 = 5z$$

$$2x + 6 = z$$

$$2(2) + 6 = z$$

$$\boxed{z = 10}$$

$\therefore x+y+z = 2+0+10 = 12$

ทวชน ทํ แพนฝกนคท 4

การคูณเวกเตอร์กับเวกเตอร์

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} \quad n = B = [b_{ij}]_{n \times p}$$

$$AB = C = [c_{ij}]_{m \times p}$$

EX 14

1) $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}, B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$

AB ถูกได้ 2×2

2) $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}, B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$

BA ถูกได้ 3×3

3) $C = [c_{ij}]_{4 \times 3}, D = [d_{ij}]_{3 \times 3}$

CD ถูกได้ 4×3

4) $C = [c_{ij}]_{4 \times 3}, D = [d_{ij}]_{3 \times 3}$

DC ไม่ได้

5) $E = [e_{ij}]_{3 \times 4}, F = [f_{ij}]_{3 \times 4}$

EF ไม่ได้

6) $E = [e_{ij}]_{3 \times 4}, F = [f_{ij}]_{3 \times 4}$

FE ถูกได้