

ตัวอย่างที่ 16 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ จงหาผล

คูณของ

1) AB 2) BA 3) BC 4) CB 5) CD 6) DC

7) AD 8) DA

$$3) BC = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ ไม่มีคำตอบ}$$

$$4) CB = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & -5 \\ 5 & -13 \end{bmatrix}$$

$$5) C_{3 \times 3} D_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$6) D_{3 \times 1} C_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ ไม่มีคำตอบ}$$

$$7) A_{2 \times 3} D_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$8) DA = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ ไม่มีคำตอบ}$$

สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ เมื่อ A, B, C เป็นเมทริกซ์ที่มีสามารถหาผลคูณกันได้

1. $AB + AC = A(B + C)$ และ $BA + CA = (B + C)A$

2. $(AB)C = A(BC)$

3. ถ้า $AB = \underline{0}$ แล้ว A, B ไม่จำเป็นต้องเป็นเมทริกซ์ศูนย์ เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. ถ้า $A^2 = \underline{0}$ แล้ว A ไม่จำเป็นต้องเป็นเมทริกซ์ศูนย์ เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 17 กำหนด $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา

- 1) $A(B + C)$ 2) $AB + AC$ 3) $(B + C)A$ 4) $BA + CA$

$$1) A(B + C) = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2) AB + AC = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 & 14 \\ 11 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$3) (B + C)A = \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4) BA + CA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -19 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -19 & 5 \\ 22 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$