Ex27 ให้ A, B เป็นเมทริกซ์ $\boxed{AB = A}$, $\boxed{BA = B}$

จงพิสูจน์ว่า $(A^t)^2 = A^t$

พิสูจน์ $(A^t)^2 = (A^t)(A^t)$

$= A^t$

Ex28 $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$a = ?$ ที่สอดคล้องกับสมการ $A^t\boxed{B} + A\boxed{B} = (2C^t)$

$$A^tB + AB = 2C^t$$

$$(A^t + A)B = 2C^t$$

$$\left(\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2a & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\cancel{2}\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \cancel{2}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a+5 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$-a+5 = 3 \quad \therefore a = 2$

Ex29 $A = \begin{bmatrix} b-a & 1 \\ b-2a & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

จงหา a, b ที่สอดคล้อง $A^tB - 2BA + B = (C^t)^t$

$$A^tB - 2BA + B = (C^t)^t$$

$$A^tB - 2BA = C - B$$

$$\begin{bmatrix} b-a & b-2a \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b-a & 1 \\ b-2a & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b-a+2(b-2a) & 2(b-a)+b-2a \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} (b-a)+2(b-2a) & 1 \\ 2(b-a)+b-2a & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3b-5a & 3b-4a \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 3b-5a & 1 \\ 3b-4a & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3b-5a & 3b-4a \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6b-10a & 2 \\ 6b-8a & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cancel{3b} -3b+5a & 3b-4a-2 \\ 1-6b+8a & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$-3b+5a=0$ —①

$3b-4a-2=-5$

$3b-4a=-3$ —②

①+②; $\boxed{a=-3}$, $\boxed{b=-5}$

การบ้าน ทำแบบฝึกหัดที่ 6

ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant)

↳ ฟังก์ชัน

$$A_{n\times n} \longrightarrow \mathbb{R}$$

เมทริกซ์จัตุรัส → จำนวนจริง

det(A), |A|

Fn $\boxed{\text{det}}$ มีที่ 1×1 ✓

2×2 ✓

3×3 ✓

สูงกว่า 3×3 ✓

กรณีมิติ 1×1

$A = [a]$ $\quad \det A = |a| = a$ ตอบตัวเดิม

Ex 30

1) $A = [10]$ $\quad \det A = |10| = 10$

2) $B = [-3]$ $\quad \det B = |-3| = -3$

3) $C = [20]$ $\quad \det C = |20| = 20$

4) $D = [0]$ $\quad \det D = |0| = 0$

กรณีมิติ 2×2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

Ex 31

1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad \det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2(2) - 3(1)$

$= 1$

2) $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad \det B = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}$

$= 3(1) - (-5)(2) = 13$

3) $C = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad \det C = (-4)(2) - (-1)(3)$

$= -8 + 3 = -5$

A) $D = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ $\det D = (-1)(-3) - 2(-4)$

$= 3 + 8 = 11$