

### ใบงานที่ 4.3 เรื่อง ค่าคาดหวังและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

รหัสวิชา ค33202 วิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 6

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ค่าคาดหวังและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

ค่าคาดหวัง (expected value) ของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$  เขียนแทนด้วย  $\mu_X$  นิยามโดย

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i)}{\sum_{i=1}^n P(X = x_i)}$$

เมื่อ  $n$  แทนจำนวนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$  และ  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  แทนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$

หมายเหตุ

ในกรณีเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$  เป็นเซตอนันต์ จะนิยามให้

$\mu_X = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(X = x_i)$  แต่ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 4

จงหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม  $X$  ที่กำหนดไว้ในตัวอย่างที่ 1

หมายเหตุ

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ค่าเฉลี่ย (mean) ของตัวแปรสุ่ม

## ตัวอย่างที่ 5

ในงานประจำปีของจังหวัดหนึ่งมีเกมวงล้อมเสี่ยงโชค โดยมีกติกาว่า ผู้เล่นจะต้องหมุนวงล้อมที่มีหมายเลข 1 - 7 กำกับไว้ โดยที่วงล้อมแต่ละแบ่งพื้นที่ออกเป็นแต่ละส่วนเท่ากัน โดยมีหมายเลข 1 หนึ่งช่อง หมายเลข 2 สองช่อง หมายเลข 3 หนึ่งช่อง หมายเลข 4 สองช่อง หมายเลข 5 หนึ่งช่อง หมายเลข 6 สองช่อง และหมายเลข 7 หนึ่งช่อง ถ้าลูกศรชี้ที่ช่องที่มีหมายเลขที่กำกับเป็นจำนวนคี่ ผู้เล่นจะได้เงินรางวัล 20 บาท สมมติในการหมุนวงล้อมแต่ละครั้งโอกาสที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องใดช่องหนึ่งเท่ากัน และในการเล่นเกมวงล้อมเสี่ยงโชคแต่ละครั้ง ผู้เล่นจะต้องจ่ายเงินซื้อตั๋วราคา 10 บาท จงหาค่าคาดหวังของจำนวนเงินที่ผู้เล่นจะได้รับหรือเสียไป พร้อมทั้งอธิบายความหมาย

นอกจากนี้จะสามารถนิยามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มเพื่อใช้ในการวัดการกระจายของค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มที่มีความแตกต่างจากค่าคาดหวังมากหรือน้อยเพียงใด ดังบทนิยามต่อไปนี้

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$  เขียนแทนด้วย  $\sigma_X$  นิยามโดย

$$\sigma_X = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i}$$

และเรียก  $\sigma_X^2$  ว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$

เมื่อ  $n$  แทนจำนวนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$  และ  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  แทนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$

### หมายเหตุ

ในกรณีที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม  $X$  เป็นเซตอันดับ จะนิยามให้  $\sigma_X = \dots$  แต่ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเป็นเซตจำกัด

### ตัวอย่างที่ 6

ให้ตัวแปรสุ่ม  $X$  คือจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว จากการโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 1 เหรียญ 1 ครั้ง จงหาค่าคาดหวัง ความแปรปรวน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม  $X$

### ตัวอย่างที่ 7

ให้ตัวแปรสุ่ม  $Y$  คือผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋า จากการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง  
จงหาค่าคาดหวัง ความแปรปรวน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม  $Y$