

สรุปเนื้อหา  
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร  
ครูสัญญาชัย แสงภักดีจิต

---

---

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร

คำตอบของสมการเชิงเส้นที่มี  $x$  และ  $y$  เป็นตัวแปร คือ ค่า  $x$  และ  $y$  ที่ทำให้สมการเป็นจริง

ระบบสมการ คือ สมการตั้งแต่สองสมการขึ้นไปที่มีตัวแปรเดียวกัน

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่  $ax + by = c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว แล้ว  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$  และ  $x, y$  เป็นตัวแปร

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัว และมีจำนวนสมการจำกัดมากกว่าหรือเท่ากับ 1 สมการ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง

$$Ax + By + C = 0$$

$$Dx + Ey + F = 0$$

เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นตัวแปร และ  $A, B, C, D, E, F$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $A$  และ  $B$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ  $D$  และ  $E$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สามารถหาได้ 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีการใช้กราฟ คือ การหาจุดที่ตัดกันของกราฟ คำตอบของระบบสมการทั้ง 2 เส้น
2. วิธีแทนค่าตัวแปร คือ การหาค่าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งก่อน โดยหาในรูปของอีกตัวแปรแล้วนำไปแทนค่าในสมการอีกสมการหนึ่ง จนเหลือเพียงตัวแปรเดียว จากนั้นแก้สมการหาค่าตัวแปรนั้น
3. วิธีกำจัดตัวแปร คือ ให้กำจัดตัวแปรตัวใดก่อน – หลังก็ได้ แต่ต้องทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน และดูว่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดเครื่องหมายเหมือนกันหรือไม่ ถ้าเหมือนกันนำสมการมาลบกัน ถ้าต่างก็นำสมการมาบวกกัน

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบ่งออกได้เป็น 3 แบบ ดังนี้

1. มีคำตอบเดียว คือ กราฟทั้งสองสมการตัดกัน

2. มีหลายคำตอบ คือ กราฟทั้งสองสมการทับกัน
3. ไม่มีคำตอบ คือ กราฟทั้งสองขนานกัน

การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องดำเนินการอย่างสรุปดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่า โจทย์ต้องการสิ่งใดและกำหนดสิ่งใดหรือเงื่อนไขใดบ้าง
2. กำหนดตัวแปรขึ้นมา 2 ตัว เพื่อแทนในสิ่งที่ต้องการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง และสร้างระบบสมการเชิงเส้นจากเงื่อนไขของโจทย์ แล้วจึงเลือกวิธีการแก้ระบบสมการจากที่ได้เรียนมาแล้ว
3. ลงมือคิดคำนวณตามแผนในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาตามต้องการ
4. ตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขของโจทย์

การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดำเนินการอย่างเป็นระบบเป็นกระบวนการ จึงจำเป็นต้องดำเนินการตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัด เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่มีประสิทธิภาพรวมทั้งการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ต้องเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหานั้น โดยนักเรียนต้องสรุปเป็นภาษาของตนเอง สามารถบอกได้ว่าโจทย์ให้อะไรมาอะไรสิ่งทีโจทย์ต้องการ อะไรคือเงื่อนไข นักเรียนต้องศึกษาเกี่ยวกับรายละเอียดของโจทย์เพื่อให้สามารถสรุปได้

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่จะต้องมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหานั้นให้ชัดเจน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลอย่างไร สิ่งที่นักเรียนต้องทำคือ นึกบททวนจะต้องใช้ความรู้ใดบ้าง ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา จึงจะได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและรวดเร็ว

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่นักเรียนต้องลงมือคิดคำนวณตามแผนในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาตามต้องการเป็นการใช้ทักษะในการคิดคำนวณ หรือการเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

**ตัวอย่าง** จงแก้ระบบสมการ  $5x - 6y = -4$  และ  $3x + 2y = -8$

**วิธีคิด** ขั้นที่ 1 พิจารณาสมการทั้งสองเป็นส่วนๆดังนี้

$$5x - 6y = -4 \quad \text{สมการที่ (1)}$$

$$3x + 2y = -8 \quad \text{สมการที่ (2)}$$

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ในแต่ละสมการแล้วเลือกใช้สมการใดสมการหนึ่งในการหาค่าตัวแปรในระบบสมการ เช่น ในระบบสมการนี้เลือกใช้สมการที่(2) ดังนี้

จัดให้ค่า  $y$  อยู่ในรูปสมการใหม่ เพื่อหาค่าตัวแปร  $x$

จาก (2) จะได้ค่า  $y$  คือ  $2y = -8 - 3x$

$$y = \frac{-8-3x}{2} \longrightarrow \text{สมการที่ (3)}$$

**ขั้นที่ 3** นำค่า  $y$  ที่ได้จากสมการที่ (3) แทนลงในสมการที่ (1) เพื่อจะหาค่า  $x$  จะได้

$$5x - 6\left(\frac{-8-3x}{2}\right) = -4 \quad (\text{แทนค่า } y \text{ ในสมการ})$$

$$5x - 3(-8-3x) = -4 \quad (\text{สมบัติการหาร})$$

$$5x + 24 + 9x = -4 \quad (\text{สมบัติการแจกแจงและการคูณจำนวนเต็ม})$$

$$14x + 24 = -4 \quad (\text{การจัดหมู่โดยใช้หลักการบวกเอกนาม})$$

$$14x = -28 \quad (\text{สมบัติการเท่ากัน})$$

$$x = \frac{-28}{14} \quad (\text{สมบัติการเท่ากัน})$$

$$x = -2$$

**ขั้นที่ 4** เมื่อได้ค่าตัวแปรหนึ่งค่า แล้วนำค่าตัวแปรนั้นไปแทนค่าในสมการจากที่โจทย์กำหนดเพื่อหาค่าตัวแปรอีกค่า ในที่นี้ใช้สมการที่ (3) เพื่อหาค่า  $y$  แทนค่า  $x$  ในสมการที่ (3)

$$y = \frac{-8-3(-2)}{2} \quad (\text{แทนค่าตัวแปร})$$

$$y = -1$$

จากนั้นตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้

1) นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบค่าของตัวเลขที่คิดคำนวณได้ว่า เป็นคำตอบของระบบสมการหรือไม่ อย่างไร (มี ตรวจสอบโดยแทนค่าตัวแปรระบบสมการ)

2) คำตอบของระบบสมการข้างต้นคือเท่าใด เพราะเหตุใด  $((-2,-1)$  เพราะเมื่อแทนค่าตัวแปรในระบบสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง)

ให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบของระบบสมการว่าเป็นจริงหรือไม่ โดยการแทนค่า แล้วพิจารณา ดังนี้

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบว่าค่าตัวแปรที่คิดคำนวณได้เป็นคำตอบของระบบสมการหรือไม่ ดังนี้

แทนค่า  $x$  และ  $y$  ในสมการที่ (1) และ (2)

$$\text{จะได้ } 5(-2) - 6(-1) = -10 + 6 = -4 \quad \text{จริง}$$

ตัวอย่าง จงแก้ระบบสมการ  $y = 3x - 1$  และ  $-9x + 3y = 4$

วิธีทำ

$$y = 3x - 1 \quad \text{--- (1)}$$
$$-9x + 3y = 4 \quad \text{--- (2)}$$

จาก (1) แทนค่า  $y$  ลงใน (2) ;

$$-9x + 3(3x - 1) = 4$$

$$-9x + 9x - 3 = 4$$

$$-3 = 4 \quad \text{เท็จ}$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีจำนวนจริงเป็นคำตอบ

ตัวอย่าง จงแก้ระบบสมการ  $3x - 2y = 5$  และ  $2x + 7y = 9$

วิธีทำ

$$3x - 2y = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + 7y = 9 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) \times 2 ; \quad 6x - 4y = 10 \quad \text{--- (3)}$$

$$(2) \times 3 ; \quad 6x + 21y = 27 \quad \text{--- (4)}$$

$$(4) - (3) ; \quad 21y + 4y = 27 - 10$$

$$25y = 17$$

$$y = \frac{17}{25}$$

$$\text{แทนค่า } y \text{ ใน (1) ; } 3x - 2\left(\frac{17}{25}\right) = 5$$

$$3x - \frac{34}{25} = 5$$

$$3x = 5 + \frac{34}{25}$$

$$= \frac{125 + 34}{25}$$

$$= \frac{159}{25}$$

$$x = \frac{159}{3 \times 25} = \frac{53}{25}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่าของ  $x$  และ  $y$  ใน (1) และ (2)

$$3\left(\frac{53}{25}\right) - 2\left(\frac{17}{25}\right) = \frac{159}{25} - \frac{34}{25} = \frac{125}{25} = 5 \quad \text{จริง}$$

$$2\left(\frac{53}{25}\right) + 7\left(\frac{17}{25}\right) = \frac{106}{25} + \frac{119}{25} = 9 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ  $\left(\frac{53}{25}, \frac{17}{25}\right)$

=====