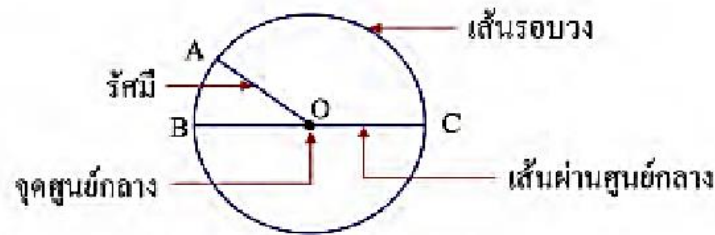


สรุปเนื้อหา
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม
ครูสัญญาชัย แสงภักดีจิต

วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม เรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม ส่วนต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมที่นักเรียนเคยรู้จักมาแล้ว มีดังนี้

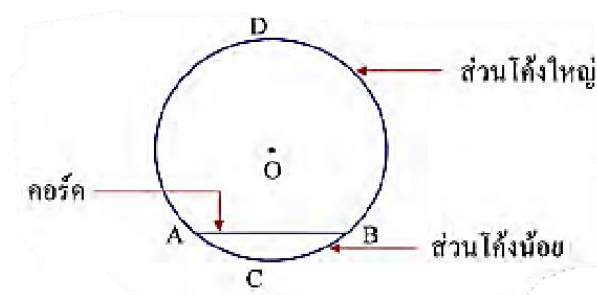


จากรูป จุด O เป็นจุดคงที่ เรียกจุด O ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งอาจเรียกชื่อวงกลมนี้ตามชื่อของจุดศูนย์กลาง นั่นคือ วงกลม O เรียก \overline{OA} ว่า รัศมีของวงกลม และเรียก \overline{BC} ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

วงกลมวงหนึ่งมีรัศมีเป็นจำนวนมากมายับไม่ถ้วน และรัศมีของวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากันทุกเส้น และถ้าวงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน สามารถเลื่อนในทิศทางกลมสองวงนั้นทับกันได้สนิท กล่าวได้ว่า วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

นอกจากส่วนต่าง ๆ ของวงกลมที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลมที่สำคัญ ได้แก่ คอร์ด เส้นตัดวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม ในทางคณิตศาสตร์ให้ความหมายไว้ดังนี้

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองโค้งสองส่วนโค้งดังรูป



จากรูป \overline{AE} เป็นคอร์ดของวงกลม O

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \widehat{ADB}

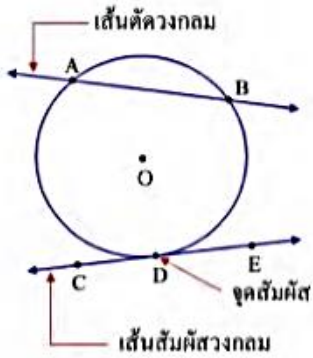
เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \widehat{ACB}

และความยาวของส่วนโค้ง \widehat{ADB} เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ADB})$

หมายเหตุ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากัน

ทุกประการ เรียก ส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม

เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด



จากรูป \overline{AE} เป็นเส้นตัดวงกลม O ที่จุด A และจุด B บนวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

และเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส

จากรูป \overline{CE} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด D

ในทางคณิตศาสตร์ให้ความหมายของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับวงกลม ซึ่ง

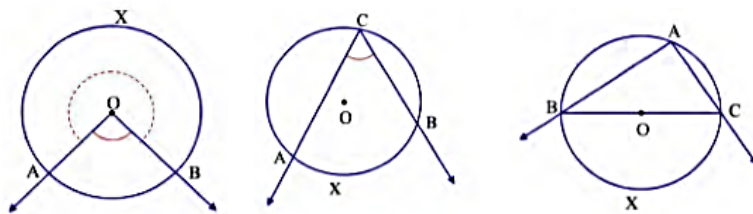
ได้แก่ มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วน-โค้งของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลม ไว้ดังนี้

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของ

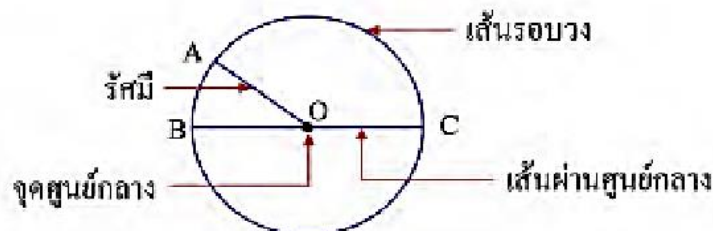
เส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง



4. สารการเรียนรู้

วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม เรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม

ส่วนต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมที่นักเรียนเคยรู้จักมาแล้ว มีดังนี้

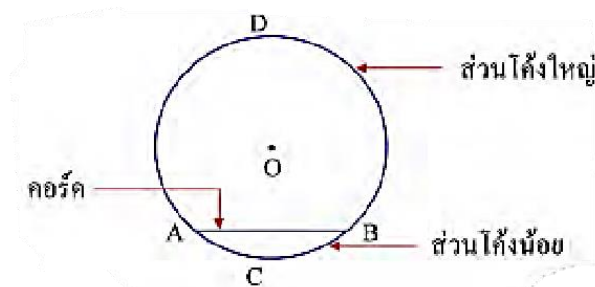


จากรูป จุด O เป็นจุดคงที่ เรียกจุด O ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งอาจเรียกชื่อวงกลมนี้ตามชื่อของจุดศูนย์กลาง นั่นคือ วงกลม O เรียก \overline{OA} ว่า รัศมีของวงกลม และเรียก \overline{BC} ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

วงกลมวงหนึ่งมีรัศมีเป็นจำนวนมากมายับไม่ถ้วน และรัศมีของวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากันทุกเส้น และถ้าวงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน สามารถเลื่อนให้วงกลมสองวงนั้นทับกันได้สนิท กล่าวได้ว่า วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

นอกจากส่วนต่าง ๆ ของวงกลมที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลมที่สำคัญ ได้แก่ คอร์ด เส้นตัดวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม ในทางคณิตศาสตร์ให้ความหมายไว้ดังนี้

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองโค้งสองส่วนโค้งดังรูป



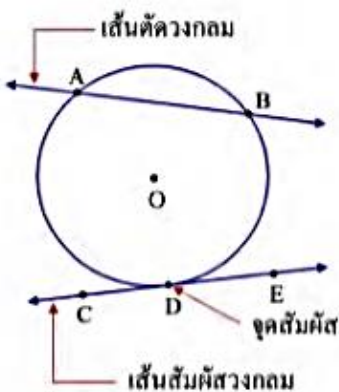
จากรูป \overline{AE} เป็นคอร์ดของวงกลม O

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \widehat{ADB}

เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \widehat{ACB}

และความยาวของส่วนโค้ง \widehat{ADB} เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ADB})$

หมายเหตุ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียก ส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม



เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

จากรูป \overline{AE} เป็นเส้นตัดวงกลม O ที่จุด A และจุด B บนวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส

จากรูป \overline{CE} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด D

คอร์ด

1) คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

2) คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด
2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

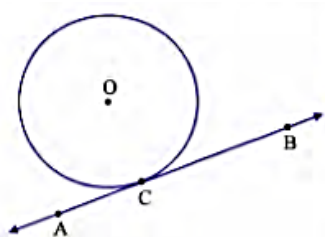
ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

3) คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท

1. ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน
2. ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

3.4 เส้นสัมผัสวงกลม



เส้นสัมผัสวงกลมคือเส้นตรงที่ตัดวงกลมมาเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดว่า จุดสัมผัส ดังรูป \overline{AE} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O และจุด C เป็นจุดสัมผัส อาจกล่าวได้ว่า ส่วนหนึ่งส่วนใดของ \overline{AE} ที่ผ่านจุด C เช่น \overline{AE} , \overline{AC} หรือ \overline{BC} สัมผัสวงกลม O ที่จุด C

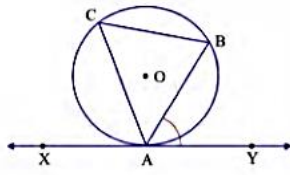
1) เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

ทฤษฎีบท เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลม มาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

2) เส้นสัมผัสและคอร์ด



กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม XY สัมผัสวงกลม O ที่จุด A โดยที่ \overline{AE} เป็นคอร์ด และ \overline{ACB} เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

จากรูป เรียก $\angle BAY$ ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส

เรียก $\angle ACB$ ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ข้ามกับคอร์ด AB

ทฤษฎีบท มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

=====

Kru Sanchai

=====